

La rédaction obligatoire en Terminale Sciences Mathématiques

Les attendus de rédaction que l'élève doit produire pour obtenir la totalité des points, chapitre par chapitre — adossés au cadre de référence de l'examen national (option internationale française, filières « A » et « B »).

SCIENCES MATHÉMATIQUES • A & B

EXAMEN NATIONAL

N2+N3 = 60 %

En Sciences Mathématiques, **60 % du barème** relève des niveaux « connaissance non explicite » et « synthèse » : la rigueur de rédaction n'y est pas accessoire, elle *est* la compétence évaluée. Cette fiche fixe, pour chaque famille de démonstrations du programme, ce que l'élève **doit impérativement écrire**.

Règle d'or. Tout théorème est **nommé** puis ses **hypothèses vérifiées** avant d'être appliqué ; toute notation est **définie** avant emploi ; chaque étape est reliée par un **connecteur logique** (donc, car, or, ainsi) ; chaque question se termine par une **phrase-réponse**.

01 Le raisonnement par récurrence

Transversal · suites, arithmétique, inégalités

ATTENDUS — RÉCURRENCE SIMPLE

1. **Initialisation.** Vérifier $P(n_0)$ explicitement.
2. **Hérédité.** « Soit $n \geq n_0$ tel que $P(n)$; montrons $P(n+1)$. »
3. **Conclusion.** « D'après le principe de récurrence, $P(n)$ est vraie pour tout $n \geq n_0$. »

ATTENDUS — RÉCURRENCE DOUBLE (ORDRE 2)

1. Initialiser **deux rangs** : $P(n_0)$ et $P(n_0+1)$.
2. Hérédité : supposer $P(n)$ et $P(n+1)$, montrer $P(n+2)$.

FAUTE SANCTIONNÉE

Récurrence **sans conclusion** ; hérédité mal quantifiée (« pour tout n » au lieu de « pour un n fixé ») ; récurrence double avec **une seule initialisation**.

02 Continuité, TVI & dichotomie

§ 1.2.1 → 1.2.5

ATTENDUS

1. **Existence.** « f continue sur $[a, b]$ » ; « $f(a)f(b) < 0$ » (ou λ entre $f(a)$ et $f(b)$) ; « d'après le TVI, $f(x) = \lambda$ admet une solution dans $]a, b[$ ».
2. **Unicité.** « f strictement monotone sur $[a, b]$, donc la solution est unique. »
3. **Dichotomie.** Bissecter $[a, b]$ selon le signe de f au milieu ; l'amplitude après n étapes est $\frac{b-a}{2^n}$, ce qui fournit un encadrement d'amplitude voulue.

MODÈLE RÉDIGÉ

Encadrer α à 10^{-1} près, sachant $\alpha \in [1, 2]$.

$f(1,5) > 0$ donc $\alpha \in [1 ; 1,5]$; $f(1,25) < 0$ donc $\alpha \in [1,25 ; 1,5]$; l'amplitude $0,25 > 10^{-1}$, on poursuit...

FAUTE SANCTIONNÉE

Oublier « **continue** » ; conclure l'unicité **sans stricte monotonie** ; dichotomie sans annoncer l'amplitude $\frac{b-a}{2^n}$.

03 Rolle, Accroissements finis (TAF) & inégalité (IAF)

§ 1.3.17 — pilier du SM

ATTENDUS — ÉNONCER LES HYPOTHÈSES AVANT D'APPLIQUER

1. **Rolle.** f continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$, $f(a) = f(b) \Rightarrow \exists c \in]a, b[, f'(c) = 0$.
2. **TAF.** Mêmes hypothèses (sans $f(a) = f(b)$) $\Rightarrow \exists c \in]a, b[, f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$.
3. **IAF.** Si $|f'| \leq M$ sur I , alors $|f(b) - f(a)| \leq M|b - a|$.
4. **Application aux suites.** Si $|f'| \leq k$ sur I et $u_{n+1} = f(u_n)$, alors $|u_{n+1} - \ell| = |f(u_n) - f(\ell)| \leq k|u_n - \ell|$, d'où $|u_n - \ell| \leq k^n|u_0 - \ell|$.

FAUTE SANCTIONNÉE

Appliquer Rolle/TAF sans vérifier **continuité sur le fermé** et **dérivabilité sur l'ouvert**; confondre le TAF (**égalité**) et l'IAF (**inégalité**); oublier $\ell = f(\ell)$ dans la majoration.

04 Fonction réciproque

§ 1.2.6 – 1.2.7 · 1.3.7

ATTENDUS

1. Montrer que f est **continue et strictement monotone** sur I : elle réalise une **bijection** de I sur $J = f(I)$.
2. Énoncer que f^{-1} est **continue**, de **même sens de variation**, et que $\mathcal{C}_{f^{-1}}$ est **symétrique** de $\mathcal{C}_f$ par rapport à la droite $y = x$.
3. **Dérivée** : si $f'(f^{-1}(y)) \neq 0$, alors $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$.

FAUTE SANCTIONNÉE

Écrire la dérivée de f^{-1} **sans vérifier** $f' \neq 0$; confondre l'intervalle de départ I et l'intervalle image $J = f(I)$.

05 Suites — récurrentes, adjacentes, convergence

§ 1.1.1 → 1.1.5

ATTENDUS

1. **Bornes / monotonie** établies **par récurrence**; **stabilité** $f(I) \subset I$.
2. **Suites adjacentes** : (u_n) croissante, (v_n) décroissante, $\lim(v_n - u_n) = 0 \Rightarrow$ elles **convergent vers la même limite**.
3. **Passage à la limite** : « f **continue** et $u_{n+1} = f(u_n)$ » $\Rightarrow \ell = f(\ell)$; résoudre puis **trancher** par $\ell \in I$ et le sens de variation.

FAUTE SANCTIONNÉE

Passage à la limite **sans continuité** ; suites adjacentes en oubliant l'une des **trois** conditions ; convergence conclue de la seule monotonie **sans borne**.

06 Calcul intégral — IPP, changement de variable, Riemann

§ 1.4.1 · 1.4.6

ATTENDUS

1. **IPP.** Poser u, v' (de classe $\mathcal{C}^1$), en déduire u', v , puis $\int_a^b u v' = [u v]_a^b - \int_a^b u' v$.
2. **Changement de variable.** Poser $t = \varphi(x)$ (φ de classe $\mathcal{C}^1$), écrire $dt = \varphi'(x) dx$ **et transformer les bornes** $x = a \Rightarrow t = \varphi(a)$, $x = b \Rightarrow t = \varphi(b)$.
3. **Somme de Riemann.** Reconnaître $\frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^n f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \int_a^b f(t) dt$ (f continue).

FAUTE SANCTIONNÉE

Changement de variable **sans transformer les bornes**; oublier «unités d'aire / de volume»; ne pas identifier explicitement la **somme de Riemann** avant de passer à l'intégrale.

07 Nombres complexes

§ 2.2.1 → 2.2.10

ATTENDUS

1. **Forme exponentielle** : donner **module** $r = |z|$ **et argument** θ réduit dans $]-\pi, \pi]$, puis $z = r e^{i\theta}$.
2. **2^d degré à coefficients complexes** : déterminer δ tel que $\delta^2 = \Delta$, puis $z = \frac{-b \pm \delta}{2a}$ (la formule $\pm i\sqrt{-\Delta}$ ne vaut que pour Δ réel).
3. $z^n = a$: écrire $a = \rho e^{i\alpha}$; les n **solutions** sont $z_k = \rho^{1/n} e^{i(\alpha+2k\pi)/n}$, $k = 0, \dots, n-1$.
4. **Similitude directe** $z' = az + b$ ($a \neq 0$) : **rapport** $|a|$, **angle** $\arg(a)$, **centre** = point fixe (si $a \neq 1$).

5. **Alignement / cocyclicité** : traduire par $\frac{z_C - z_A}{z_C - z_B} \in \mathbb{R}$ (alignés) ou par un rapport d'arguments (cocycliques).

FAUTE SANCTIONNÉE

Traiter des **coefficients complexes** avec la formule réelle $\pm i\sqrt{-\Delta}$; oublier des racines de $z^n = a$ (il en faut n); ne pas déterminer le **centre** d'une similitude.

08 Arithmétique dans $\mathbb{Z}$

§ 2.1.1 → 2.1.9

ATTENDUS

1. **Divisibilité** : « $a \mid b$ » signifie « $\exists k \in \mathbb{Z}, b = ak$ » — l'écrire.
2. **Bézout / Gauss** : énoncer le théorème avant emploi. Gauss : « $a \mid bc$ et $a \wedge b = 1 \Rightarrow a \mid c$ » (la condition $a \wedge b = 1$ est **obligatoire**).
3. **Congruences** : travailler modulo n en justifiant la compatibilité (somme, produit, puissance).
4. **Petit théorème de Fermat** : énoncer avant d'appliquer — si p est premier et $p \nmid a$, alors $a^{p-1} \equiv 1 [p]$ (forme générale $a^p \equiv a [p]$, valable pour tout a). Vérifier explicitement l'hypothèse $p \nmid a$ (ou $p \wedge a = 1$); l'utiliser pour réduire un grand exposant modulo $p - 1$.
5. **Diophantienne** $ax + by = c$: vérifier $d = a \wedge b \mid c$; donner une **solution particulière** (Euclide/Bézout); puis la **solution générale** $x = x_0 + \frac{b}{d}t$, $y = y_0 - \frac{a}{d}t$.

FAUTE SANCTIONNÉE

Appliquer **Gauss sans** $a \wedge b = 1$; appliquer **Fermat sans vérifier** que p est premier et $p \nmid a$; donner la solution particulière d'une diophantienne **sans la solution générale**; congruence utilisée sans justification.

09 Structures algébriques

§ 2.4.1 → 2.4.8

ATTENDUS

1. **Groupe** $(G, *)$: loi **interne** (stabilité), **associativité**, **élément neutre**, **symétrique** de chaque élément (— *abélien* si $*$ commutative).
2. **Sous-groupe** : $H \neq \emptyset$ (montrer $e \in H$) et **stable** par $x * y^{-1}$.
3. **Sous-espace vectoriel** : $0_E \in F$ et stabilité par combinaison linéaire $\alpha x + \beta y \in F$.
4. **Anneau / corps** : vérifier les deux lois et leurs axiomes ; l'anneau des matrices $(\mathcal{M}_n(\mathbb{R}), +, \times)$ est **unitaire** (neutre I_n), **non commutatif** et **non intègre** — donc $AB = O$ n'entraîne pas $A = O$ ou $B = O$ (ne jamais invoquer la règle du produit nul), et $AB = AC$ n'entraîne pas $B = C$ sans A inversible.
5. **Morphisme** : vérifier $f(x * y) = f(x) \star f(y)$; isomorphisme si de plus bijectif.

FAUTE SANCTIONNÉE

Oublier un axiome (neutre, symétrique) ; pour un s.e.v., oublier $0_E \in F$ ou ne tester qu'une opération ; confondre « **partie stable** » et « **sous-groupe** ».

10 Probabilités

§ 2.3.1 → 2.3.7

ATTENDUS

1. **Cadre**. Décrire l'**univers** Ω et le **modèle** (équiprobabilité, arbre, tirage avec/sans remise) ; définir chaque événement en français.
2. **Conditionnelle** : $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$; **probabilités totales** sur une partition.
3. **Indépendance** : à **démontrer** par $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
4. **Loi binomiale** : vérifier les conditions (répétition de n épreuves identiques et indépendantes, deux issues, probabilité p), $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p)$, $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$, $E(X) = np$, $V(X) = np(1 - p)$.
5. **Fonction de répartition** $F(x) = P(X \leq x)$: fonction **en escalier**, croissante, avec $\lim_{-\infty} F = 0$ et $\lim_{+\infty} F = 1$.

FAUTE SANCTIONNÉE

Loi binomiale **sans vérifier** indépendance/identité des épreuves; confondre $P_A(B)$ et $P(A \cap B)$; F non définie sur $\mathbb{R}$ tout entier; probabilités qui ne **somment pas à 1**.